ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ
05.04.2009. године

IV разред

1. Допиши један пар заграда тако да буде тачна једнакост

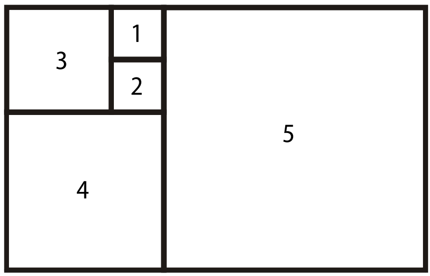
$$6027 \cdot 287 - 2009 : 7 = 0.$$

2. Дешифруј сабирање ако се оба сабирка читају исто и са леве и са десне стране (такви бројево су, на пример: 373, 4224, 5555).

$$\begin{array}{r} *** \\ + \;\; **** \\ \hline 2009 \end{array}$$

3. Маја је у башти на цвећу видела бубамаре са 4 и са 7 тачкица. Колико је најмање бубамара са 7 тачкица могло да буде ако је Маја избројала укупно 90 тачкица?

4. На слици су са бројевима од 1 до 5 означени квадрати који формирају правоугаоник (види слику). Израчунај обим правоугаоника ако је површина најмањег квадрата $4cm^2$.



5. Две ивице квадра су дужина 5cm и 10cm. Збир дужина свих ивица квадра је 140cm. Израчунај површину тог квадра.

V разред

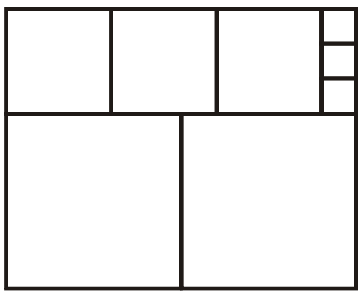
1. Дешифруј одузимање ако се и умањеник и умањилац читају исто и са леве и са десне стране (такви бројеви су, на пример: 989, 3883, 9999).

$$\begin{array}{r} **** \\ - \;\; *** \\ \hline 2009 \end{array}$$

2. Уместо звездица стави знаке рачунских операција тако да добијеш тачну једнакост (можеш користити и заграде)

$$\frac{1}{2} \; * \; \frac{1}{6} \; * \; \frac{1}{6027} = 2009.$$

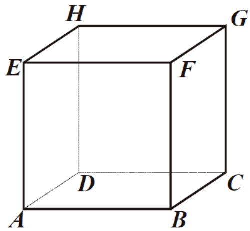
3. Правоугаоник је подељен на 8 квадрата. Израчунај површину правоугаоника ако је обим најмањег квадрата 2cm.



4. Маја је означила врхове коцке словима, као што је приказано на слици. Затим је словима дала вредности тако да збир четири броја на свакој страни коцке (у теменима сваког квадрата) буде једнак. Мајина сестра је избрисала неке бројеве, па тренутно знамо, да:

$$A=1, C=\frac{1}{3}, F=\frac{1}{2}, G=1, \quad H=\frac{1}{4}.$$

Одреди вредности слова B, D и E.



5. У 6 сати казаљке сата образују опружен угао. За колико минута ће казаљке први пут образовати угао од 70°?

VI разред

1. Одреди све парове целих бројева x и y за које важи:

$$x^2 \cdot |y| = 2009.$$

2. Конструиши троугао ABC ако је позната страница BC (a), висина која одговара страници BC (h_a) и полупречник описане кружнице око троугла ABC (r_o).

3. На једном острву $\frac{3}{4}$ мушкараца су ожењени, а $\frac{2}{3}$ жена су удате. Који део становништва острва није у браку, ако је број ожењених мушкараца једнак броју удатих жена?

4. На страницама AB и BC ромба $ABCD$ изабране су тачке E и F тако да је $AE = BF$. Угао BAD тог ромба је 60°. Докажи да је троугао DEF једнакостраничан.

5. Дато је 5 природних бројева a, b, c, d и e, чији је збир 2009. Збир нека 3 од њих је 1000. Докажи да је $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$ дељиво са 4.

VII разред

1. Докажи да је број $4^9 + 6^{10} + 3^{20}$ квадрат неког природног броја.

2. Израчунај површину правоуглог троугла чији је обим 36cm, ако за странице тог троугла важи $\frac{a+b}{c} = \frac{7}{5}$ (a и b су катете, c хипотенуза).

3. Нека је $m = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n + 57$. Одреди све природне бројеве n за које је број m квадрат неког природног броја.

4. Од квадрата су одрезана 4 правоугла троугла тако да је добијен правилан осмоугао. Израчунај површину тог осмоугла ако је страница квадрата 10cm.

5. Колико има троцифрених бројева у којима ниједна цифра није нула, а производ цифара је дељив са 15?

VIII разред

1. Докажи да ребус нема решење ако различитим словима одговарају различите, а истим словима исте цифре.

$$\begin{array}{r} A \\ AB \\ ABC \\ +\,ABCD \\ \hline 2009 \end{array}$$

2. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Са S је означен центар те коцке. Израчунај запремину пирамиде A_1BC_1S.

3. Ако за природне бројеве a, b и c важи $a+b+c=2010$, докажи да је $a^3+b^3+c^3$ дељиво са 6.

4. Колико има троцифрених бројева у којима ниједна цифра није нула, а производ цифара је дељив са 20?

5. Дат је квадрат $ABCD$. Нека је M произвољна тачка на страници CD и пресек дужи AM и BD је тачка P (види слику). Шта је веће: површина троугла ABP или збир површина троуглова MDP и BCM?