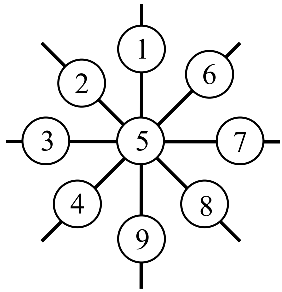
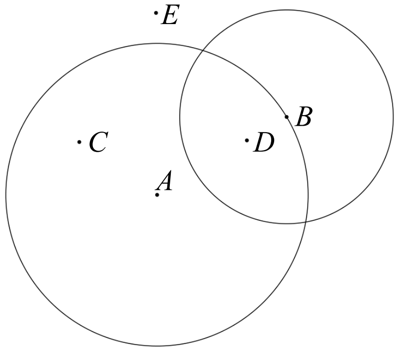
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗЕД

1. (**ML XLIV-1**) а) четири стотине деведесет (и) девет. (**10 бодова**)
б) две стотине (и) два. (**10 бодова**)
Напомена: Ако ученици запишу спојено или скраћено четиристо, односно, двеста, не одбијати бодове.

2. Једно решење је дато на слици (**20 бодова**). Давати максималан број бодова ако ученик само запише бројеве у кругове.





3. (**ML XLIV-2**) Једно решење је дато на слици. Нацртан први круг **4 бода**. Добро изабрана тачка *B* и други круг **4 бода**. За сваку добро уцртану тачку *C*, *D* и *E* још по **4 бода**.

4. Троцифрени бројеви који се добијају су: 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608 и 609 (**4 бода**).
а) 609 + 69 = 678 (**8 бодова**)
б) Разлика је увек иста и износи 540 (**8 бодова**).

5. (**ML XLIV-3**) Авион је полетео из Москву у 09.20 часова по Београдском времену (**10 бодова**). Како се времена разликују за 2 сата, по Московском времену је било 07.20 часова (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД

1. Има 100 таквих бројева (**20 бодова**). Признавати са максималним бројем бодова ако је ученик записао све бројеве. Ако је ученик записао само део решења дати **5 бодова**.

2. (**ML XLII-2**) Страница квадрата је дужине 502cm (**10 бодова**), а обим почетног правоугаоника је 1912cm (**10 бодова**).

3. (**ML XLIV-2**) а) 5434 (**10 бодова**); б) 1434 (**10 бодова**).
Напомена: Ако ученик није користио зависност разлике од промене умањеника дати максималан број бодова.

4. Ако са P, D и T обележимо број особа које живе на првом, другом и трећем спрату, редом, тада је: $P + D = 22$, $D + T = 20$. Закључујемо да је $P + D + D + T = 42$ (**5 бодова**), а како је $P + T = D$, то је $3D = 42$ (**5 бодова**). Значи $D = 14$, $P = 8$ и $T = 6$ (**10 бодова**).

26	***x***	28
	29	

5. Збир бројева у осенченим пољима из прве врсте мора бити једнак збиру осенчених бројева из друге колоне па је у средини број 25. Радећи на сличан начин добијамо (**20 бодова**):

26	**21**	28
27	**25**	**23**
22	29	**24**

Напомена: Давати максималан број бодова ако је ученик тачно уписао бројеве, а није записао објашњење.

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗЕД

1. Најмањи број је 10050 (**10 бодова**), а највећи број је 98490 (**10 бодова**).

2. $\frac{61}{2010}=\frac{305}{10050}$ (**5 бодова**), $\frac{5}{149}=\frac{305}{9089}$ (5 **бодова**). Како је $\frac{305}{10050}<\frac{305}{9089}$ то је $\frac{61}{2010}<\frac{5}{149}$ (**10 бодова**).

3. (**ML XLIV-3**) Нека је и са леве и са десне стране броја 2009 дописана цифра *a*. Да би тражени шестоцифрени број ***a*****2009*****a*** био дељив са 12 он мора бити дељив са 3 и 4. Због дељивости са 4, његов двоцифрени завршетак може бити само 92 или 96, па у обзир долазе бројеви 220092 и 620096 (**8 бодова**). Број 620096 има збир цифара 6+2+9+6 = 23 и није дељив са 3 па није решење задатка (**6 бодова**). Како је збир цифара броја 22092 једнак 2 + 2 + 9 + 2 = 15, дакле дељив са 3 то је овај број једино решење (**6 бодова**).

4. (**ML XLII-2**) Како скуп S_1 има 1 елемент, скуп S_2 два елемента, скуп S_3 три елемента ..., то скуп S_{10} има 10 елемената (**7 бодова**). Како је 1 + 2 + ... + 9 = 45, то унија скупова S_1, ... S_{10} садржи бројеве 1, 2 ..., 45, па је S_{10} = {46, 47 ..., 55} (**7 бодова**). Збир елемената скупа S_{10} је 505 (**6 бодова**).

5. Угао између сатне и минутне казаљке у 8.00 часова је 120°. Минутна казаљка се креће 12 пута брже од сатне. Од 8.00 до 8.10 часова минутна казаљка се помери за угао од 60°, док сатна се помери за 12 пута мањи угао, тј. за 60° : 12 = 5°. Дакле, угао између сатне и минутне казаљке биће 120° + 60° – 5° = 175° (**20 бодова**).

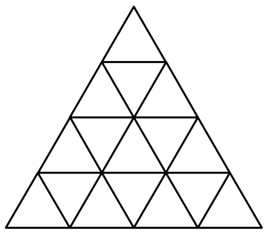
Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗЕД

1. (**ML XLII-2**) Како је a цео број који је делилац бројева -6 и -10 то је $a \in \{1, -1, 2, -2\}$. У случајевима када је $a = 1$ или $a = -1$, добијамо да је $b \cdot c = 60$, што је нетачно (**6 бодова**). У случају када је $a = 2$, имамо да је $b = -3$, $c = -5$ и $a \cdot b \cdot c = 30$ што је једно решење задатка (**7 бодова**). У случају када је $a = -2$, имамо да је $b = 3$, $c = 5$ и $a \cdot b \cdot c = -30$ што је друго решење задатка (**7 бодова**).
2. (**ML XLIV-3**) Угао EBC је једнак $90° - 60° = 30°$. Странице троугла и квадрата су једнаке па је на основу тога троугао EBC једнакокрак ($EB = BC$). Углови на основици EC су по $75°$. $\Delta EBC \cong \Delta EAD$, па је $\measuredangle DEA = 75°$ (**8 бодова**). Дакле,

$$\measuredangle DEC = 360° - 60° - 2 \cdot 75° = 150°$$ (**12 бодова**).

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{n} = \frac{41}{42} + \frac{1}{n}$ (**5 бодова**) Како је $\frac{41}{42} < 1$ и $\frac{1}{n} \le 1$ то је $\frac{41}{42} + \frac{1}{n} < 2$ па може бити само $\frac{41}{42} + \frac{1}{n} = 1$ (**8 бодова**). Одавде је $n = 42$ (**7 бодова**).
4. Од дужи BC, CD и BD најдужа је BD јер је наспрам највећег угла троугла BCD (**5 бодова**). У троуглу EDB највећа је дуж EB јер је наспрам највећег угла, па је и $EB > DB$ (**5 бодова**). У троуглу ABE највећа је дуж AE јер је наспрам највећег угла, па је и $AE > EB$ (**5 бодова**), одакле закључујемо да је најдужа дуж AE (**5 бодова**).
5. Не може. Дати једнакостраничан троугао можемо поделити на 16 једнакостраничних троуглова странице 1cm. 16 тачака можемо распоредити у сваки од ових троуглова, док последњу тачку ма где ставили биће на у једном од 16 троуглова и на растојању мањем од 1cm од тачке из тог троугла (**20 бодова**).



Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗЕД

1. (**ML XLIV-1**) Нека је $x = 0,\overline{1}$. Тада је $10x = 1,\overline{1}$. Одузимањем ове две једначине имамо да је $9x = 1$ одакле је $x = \frac{1}{9}$ (**10 бодова**). Сада је $\sqrt{0,\overline{1}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ па је $\sqrt{0,\overline{1}}$ рационалан број (**10 бодова**).

2. (**ML XLII-2**) $DE = \sqrt{EC^2 - DC^2} = 4\text{cm}$ (**4 бода**), $BC = \sqrt{EB^2 + EC^2} = 13\text{cm}$ (**4 бода**), $AB = \sqrt{EB^2 - AE^2} = 9,6\text{cm}$ (**4 бода**). Дакле, обим трапеза је 36,8cm (**4 бода**) и површина 70,56cm^2 (**4 бода**).

3. $5^3 < 2^7, \left(5^3\right)^{287} < \left(2^7\right)^{287}, 5^{861} < 2^{2009} < 2^{2010}$ одакле следи да је већи број 2^{2010} (**20 бодова**).

4. Означимо дечаке са *A*, *B*, *C* и *D*. Дечак *A* може да добије само оловке дечака *B*, *C* и *D*. Ако добије оловку дечака *B* остала тројица могу на 3 различита начина да распореде оловке (**10 бодова**). На исти начин се врши расподела ако дечад *A* узме оловке дечака *C* или *D*, па је укупан број начина 9 (**10 бодова**).

5. Троуглови *ADE* и *DEB* имају једнаке висине које одговарају страници *AD*, односно *DB*, а како су им и површине једнаке, то је *AD* = *DB*. Дакле, *AD* : *DB* = 1 : 1 (**10 бодова**). Троуглови *EBC* и *AEB* имају једнаке висине које одговарају страници *EC*, односно *AE*, а како им се површине односе као 1 : 2, то је *EC* : *AE* = 1 : 2 (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗЕД

1. $\left|\left||x|+1\right|+2\right|=2010$, $\left||x|+1\right|=2008$ (**5 бодова**), $|x|=2007$ (**5 бодова**), $x=2007$ (**5 бодова**) или $x=-2007$ (**5 бодова**).

2. (**ML XLIV-2**) $B:M=\sqrt{3}:2$, па је $M=72\text{cm}^2$ (**5 бодова**). Основна ивица призме је 12cm (**5 бодова**), па заменом у M налазимо да је H = 2cm (**5 бодова**). Запремина призме је $72\sqrt{3}\text{cm}^3$ (**5 бодова**).

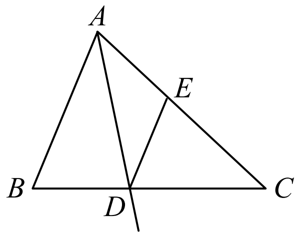
3. (**ML XLIV-1**) Осам тачака од којих нема четири копланарне одређује 56 равни (**5 бодова**). Темена коцке формирају 12 четворки копланарних тачака (**5 бодова**). Свака од ових четворки одређује по 1 раван. Како смо код 56 равни рачунали да свака онаква четворка одређује 4 равни, потребно је од тог броја одузети по 3 равни за сваку четворку копланарних тачака. Дакле, одређено је 20 равни (**10 бодова**).

4. Ако је E тачка странице AC таква да је $DE \parallel AB$, онда је троугао ADE једнакокрак, а троуглови ABC и EDC су слични (**6 бодова**). Ако је $|AE| = |ED| = x$, онда је

$$(15-x) : 15 = x : 10$$

Добијамо x = 6cm (**6 бодова**), па је

$$|AD| < |AE| + |ED| = 12\text{cm}$$ (**8 бодова**).



5. Нека је x сума новца која се дели. Први из групе добија $10+\frac{1}{10}(x-10)=9+\frac{1}{10}x$ динара (**4 бода**). Након прве поделе остало је $\frac{9}{10}x-9$ динара (**4 бода**). Други из групе добија $\frac{9}{100}x+\frac{171}{10}$ динара (**4 бода**). Како су суме које добијају сви једнаке то је $\frac{9}{10}x-9=\frac{9}{100}x+\frac{171}{10}$ одакле имамо да је x = 810 динара (**4 бода**). Заменом у једном од два израза за прву или другу особу добијамо да једна особа добија 90 динара, па закључујемо да је било 9 особа (**4 бода**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.